Makroökonomie III

(Vielen Dank an Prof. Missong für diese hervorragende Vorlesung)

Fach : *Makroökonomie III*
Dozent : *Prof. Missong*

STICHWORTE ZUR GLIEDERUNG .... FEHLER! TEXTMARKE NICHT DEFINIERT.

1. EINFÜHRUNG **3**

1.1 FAKTEN ZUM WIRTSCHAFTSWACHSTUM 4
1.2 STILISIERTE FAKTEN "TENDENZ" 4
1.3 METHODEN DER WACHSTUMSTHEORIE 4
1.4. ANWENDUNGSGEBIETE DER WACHSTUMSTHEORIE 5

BIP INCL. VORLEISTUNGEN. **6**

2.2 MITTELUNG VON WACHSTUMSRATEN 7
2.3 BERECHNUNG VON "VERDOPPELUNGSZEITEN" 8
2.4 LIEARES VS. EXPONENTIELLES WACHSTUM 9

3.) WACHSTUM UND DAS IS-(LM) MODELL **9**

3.2 DAS WACHSTUMSMODELL VON DOMAR (1946) **11**

MULTIPLIKATOREFFEKT, EINKOMMENSEFFEKT DER INVESTITION **11**

GLEICHGEWICHTSBEDINGUNG : 12
WDH. DOMAR´S MODELL 13
WICHTIGER ZUSAMMENHANG : 13

WACHSTUMSMODELL VON HARROD **14**

KRITIK AN DIESEM MODELL : 14
JETZT KOMMEN WIR ZUM HARROD/DOMAR MODELL ZURÜCK : 16

DISKRETE VS. STETIGE ÄNDERUNGSRATEN. **18**

LOGARITHMIERTE ZEITREIHEN **18**

2.7. LOGARITHMEN UND WACHSTUMSRATEN **19**

KAPITEL 5. DAS NEOKLASSISCHE WACHSTUMSMODELL (SOLOW-MODELL) **20**

5.2. DAS GRUNDMODELL 21
DAS SOLOW-MODELL BERUHT AUF 3 ANNAHMEN : 21
WIE IST IN DIESEM MODELL DAS GLEICHGEWICHT CHARAKTERISIERT ? 22
ÄNDERUNG DES KAITALSTOCKS 23
KONVERGENZGEDANKE IM SOLOW-MODELL 24
KONVERGENZHYPOTHESE : 24
5.3.2 TECHNISCHER FORTSCHRITT (A) 24

<u>Fach</u> : Makroökonomie III
<u>Dozent</u> : Prof. Missong

1. Einführung

Wie hängen die verschiedenen Modelle zusammen ?
Wir reden kurz über Malthus (ökonom und priester, im 18Jahrhundert): Er hat eine wichtige Bevölkerungstheorie aufgestellt, mit der Aussage, dass die Menschheit zu schnell wächst und nur durch Katastrohen gebremst werden kann).
Vor allem starten wir mit früheren Ansätzen der formalen Wachstumstheorie und dann zur Neoklassik. (Siehe Folie)
"wissen" + neoklassik führt zu neuer neoklassik. (Grundlage der Evolutionstheorie ist schumpeters Theorie der kreativen Zerstörung.

Diagramm mit **<u>Wachstumsraten der BIP</u>** von 1960 bis 2000: im schnitt haben die Länder von bis über +5% bis -2% BIP/Kopf Wachstum. (deutschland ca. 2%, singapur ca. 5% , Nicaragua -2%)
"Dämpfer" im wachstum 1975 die Ölkriese, übergang zum flexiblem wechselkurs?!
Hier haben auch kleine differenzen (1 oder 3 %) große wirkung, da man beachten muss, nach wieviel jahren sie ihr *BIP verdoppeln* können !

Zusätzlich zum Wachstum, zählt das BIP-Niveau. Vor allem das **<u>Einkommenniveau</u>**.
Man rechnet mit dem pro Kopf Einkommen in Bezug auf das BIP.
Real reicht es weltweit von über 10.000 bis 250 Dollar. Also nur ca. 5% von den reichen.

<u>Bevölkerungswachstum</u> hingegen reicht von 3% (Afrika vor allem) bis unter 0,1% (Deutschland).
Tendenz, dass vor allem die ärmsten Länder das höchste Wachstum haben.

Man kann sich auch das Welteinkommen ansehen, bei dem man eine rasante <u>Wachstumsbeschleunigung</u> des BIP in den jahren 1850 bis heute festzustellen ist: Vor 1850 gab ess Wachstumsraten von unter 0,88, jetzt haben wir 2,20 !

(Bei der Darstellung von Wachstum benutzt man oft logarithmische Darstellungen. Warum das sinnvoll sein kann, hängt mit der logik von Wachstumsraten und Logarithmen zusammen.)

Fach : Makroökonomie III
Dozent : Prof. Missong

1.1 Fakten zum Wirtschaftswachstum

a) Es gibt von Land zu Land enorme Einkommenunterschiede
b) ökonoimische Wachstumsraten differieren erheblich.
c) Wachstumsraten sind im Zeitablauf nicht kosntant.
d) Platz eines Landes in der Welteinkommensrangliste kann verändert werden, wenn sich ein Land anstrengt oder Hilfe bekommt. So kann man ein Land aber auch nach unten drücken.

1.2 Stilisierte Fakten "Tendenz"

a) Die Reproduktion pro Arbeitsplatz zeigt ein kontinuierliches Wachstum, ohne Tendenz zu sinkenden Raten der Produktivitätszunahmen. (Pro Arbeitsplatz wird immer mehr produziert. Arbeiter sind heute produktiver. Die Steigerung in der Produktivität scheint immer weiterzugehen. Dies liegt zum einen an besserer Organisation, zum anderen an besserer Technik)
b) Kapitalausstattung pro Arbeitsplatz ist durch stetiges Wachstum gekennzeichnet. (Man hat bessere und mehr Technik an den Arbeitsplätzen.)
c) Der Ertrag des Kapitals bleibt in Zeitablauf konstant.
d) Verhältnis von Kapital zugesamter Produktion ist konstant.
e) Arbeit und Kapital erhalten je einen konstanten Anteil des Gesamteinkommens (Löhne und Renditen wachsen in gleichem Maß. Sie weichen nicht stark von einander ab im Wachstum)
f) Länder haben unterschiedliche Produktivitätszuwächse.

Die Ergebnisse hat Herr **Kaldor** bereits 1965 gesehen. Diese Fakten wollte er in seinem Modell erklären.
Mit der Zeit sindneue stilisierte Fakten erkennbar geworden:

g) Das Bevölkerungswachstun korreliert negativ mit der Wachstumsrate des pro Kopf Einkommens. Hohes pro Kopf Einkommen <=> weniger Kinder.
h) Das Wachstum ist um so höher, je besser die Menschen ausgebildet sind. hohes Humankapital.
i) Pro Kopf Einkommen korrelliert positiv mit dem Außenhandelsvolumen. Es ist nicht gesagt was davon jetzt was bewirkt.
j) Ärmere Länder wachsen nicht schneller als Reichere.

Diese Erweiterungen sind mit dem Namen **Romer** verbunden (1989). Er steht für die Gründung der neuen neoklassichen Wachstumstheorie.

1.3 Methoden der Wachstumstheorie

a) **Soziologische Feldanalyse** (Man betrachtet versch. Länder und versucht ähnliche charakteristische Strukturen zu entdecken und Gemeinsamkeiten zu entdecken.)
b) **Historisch evolutorische Theorien** (Historisch vor allem. Wie haben sich die Länder entwickelt ? Was waren politische und soziale Keimzellen für die Entwicklung des Landes ? Stark interdisziplinärer Ansatz)
c) **Empirisch analytisch** (Datenauswertung. Statistiken raussuchen und bearbeiten. Dies wären Fakten und Stilisierte Fakten von eben)
d) **exakte Modelltheorie** (exakt heisst "formal exakt". Man formuliert mathematisch korrekte Modellgleichungen. Diese sollen in sich logisch sein)

Diese Methoden kann man unterscheiden nach :
1) Grad der Abstraktion von der Realität. a) ist real sehr nah, d) ist dagegen sehr abstrakt.
2) Grad der Aggregation. Wieviele Länder und Muster werden zusammengeführt? a) hab ich ein paar einzelne Länder d) soll am besten allgemein für alle Länder gelten.
3) Grad der Allgemeinheit der Ergebnisse. a) gilt für ein einzelnes Land und man hofft dass man das auf andere Länder unertragen kann. d) spezialisiert sich nicht auf ein Land, sondern man soll die Ergebnisse direkt auf alle Länder anwenden können.

Ein formales Modell das alle Möglichkeiten erklären kann, müsste so umfangreich sein dass es nicht mehr rechenbar ist. Man will also auf wenige Aspekte reduzieren.
Man will damit jedoch die Fakten und stilisierte Fakten erklären.
Die Methoden kann man natürlich nicht nebeneinander sehen, sondern man muss am besten alle einbeziehen. Wenn ich ein Modell nach d) aufstellen will, muss ich natürlich die Aspekte von c) b) und a) vergleichen.
Durch **Vergleiche** mit der Realität können ältere Modelle auch verändert und angepasst werden. Deshalb gibt es verschiedene Modelle die heutzutage nicht mehr als haltbar gelten.

1.4. Anwendungsgebiete der Wachstumstheorie

Wachstumstheorie ist wichtig in
Wirtschaftspolitik,
Beschäftigungs-theorie (-politik),
Aussenhandels-theorie (-politik),
Geld-theorie u.P.,
Umwelt-theorie u.P. (Nachhaltiges Wachstum)
Konjunktur-theorie u.P.,
Regionalökonomie u.P.
insbesondere die Frage nach Konvergenz im Wachstum ? Steuern alle Länder gegen ein gemeinsames Wachstum ? z.B. Industrieländer vs. Entwicklungsländer, west vs. ost.

BIP incl. Vorleistungen.

Wir haben absolute Zahlen und wollen jetzt für die ersten beiden Jahre die Wachstumsrate berechnen.
Die Wachstumsrate des BIP von 2000 bis 2001 : "g oben BIP unten 00,01" (Klein g für growth-rate)

Für allgemeine Zeitreihen:
g = (BIP t - BIP t-1) / BIP t-1

= dBIP01 / BIP00 = (21623-21390)/21390 = 0,0109 = 1,09%
Dezimaldarstellung und Prozentdarstellung.
Dies nennt man "Periodenwachstumsraten", weil sie von Periode zu Periode gehen.
Man könnte auf diese Art auch direkt von 2000 bis 2003 rechnen. (0,0114=1,14%)

Auf die Weise rechnet man nun für die anderen Jahre ebenfalls die Steigerung zum Vorjahr.
dBIP01 = 0,0109 = 1,09%
dBIP02 = 0,0094 = 0,94%
dBIP03 = -0,0089 = -0,89%
Wachstumsraten können also auch negativ sein, deshalb sagt man manchmal auch "Änderungsraten", normalerweise nennt man die aber auch Wachstumsraten.

Nun ist aber wichtig, auf wieviele Personen sich dieses Einkommen verteilt.
Man braucht also auch eine Statistik der Erwerbstätigen für diesen Zeitraum. (Seite2)
Daraus errechnen sich das BIP / Erwerbstätiger Person. (BIP pro Kopf)

BIP/pK t = BIP t / Erw. t

Auf Seite3 hat er dann diese beiden Rechnungsreihen in der Tabelle dargestellt.

Diese Wachstumsraten hängen so zusammen :
g (BIP in Preisen) - g (Erwerbstätige) = g (BIP pro Kopf)

Ökonomisch ist dies sinnvoll, da sich das BIP aus der Zahl der Erwerbstätigen und dem BIP je Erwerbstätigem.
Mathematisch lässt sich das auch herleiten :

- Wenn ich weiss, dass das BIP von 00 bis 03 um 0,013604 gewachsen ist, und ich weiss, dass das BIP 00 = 21390 Mio€ war, wie berechne ich dann das BIP 03 ?

BIP03 = 21390 * (1 + 0,013604) = 21633

Die Wachstumsrate +1 nennt man "Wachstumsfaktor" ! (Wie Aufzinsungsfaktor)

Dies war bis jetzt einfach, jetzt muss man Mittlere Wachstumsraten ermitteln:

2.2 Mittelung von Wachstumsraten

Beispiel mit der Aktien die in Jahr 1 40% fällt und in Periode 2 und 50% steigt.
g0,1 = -0,4
g1,2 = 0,5
Falsche Rechnung :
Die durchschnittliche Rate wäre dann : -0,4 + 0,5 / 2 = +0,05 = 5%
Beweis, dass es nicht stimmt :
Die Wachstumsraten beziehen sich aber auf ein unterschiedliches Niveau. Die zweite Veränderung bezieht sich ja auf den neuen Kurs nach der ersten Änderung !
Ausgangs-Kurs der Aktie = K0
z.B. K0 = 100
In Periode 1 wäre dann K1 = (1 + -0,4) * K0 = 0,6 * K0 = 60
In Periode 2 wäre dann K2 = (1 + 0,5) * K1 = 1,5 * K1 = 90

Es gilt : K2 = 1 + g1,2 * K1 = <u>(1+g1,2) * (1+g0,1)</u> * K0
Für durchschnittliches g muss gelten : K2 = <u>(1+g durchschnitt)²</u> * K0

Man muss also die beiden Terme von dem *K0 gleichsetzen können !
Wenn man die Terme gleichsetzt, muss man sie nach g auflösen.
Rechne das zu Hause mal (Schritte : 1.Wurzel ziehen 2.Eins abziehen)

Somit haben wir hier das <u>Geometrische Mittel der Wachstumsfaktoren</u> hergeleitet !
Angewendet im Aktien-Beispiel komme ich nun auf : (Zweite Wurzel aus (0,9)) - 1 = -5,13%

Im Beispiel der Erwerbstätigen in Bremen :
Erw.03 = Erw.00 * (1+g00,01) * (1+g01,02) * (1+g02,03)
Erw.03 = Erw.00 * (1+gdurchschnitt) * (1+gdurchschnitt) * (1+gdurchschnitt)
Dies führt wieder zu :
(1+gdurchschnitt)³ = (1+g00,01) * (1+g01,02) * (1+g02,03)
Nun wieder nach g auflösen und ich bekomme die dritte Wurzel...wie beim geometrischen Mittel :
n-te Wurzel aus (g01 * g02 * ... * gn) -1 = durchschnittliche Wachstumsrate

Sobald Wachstumsraten größer sind, oder im lämngeren Zeitraum angewendet werden, kommt es zu wesentlichen Unterschieden zwischen geometrischem und arithmetrischen Mittel ! Bei kleineren sind sie sich relativ ähnlich.

- Muss ich nun jede einzelne Wachstumsrate aus jedem Jahr berechnen ?
Nein, man kann auch einfach den Anfangs und den Endwert benutzen. (Seite5)
Im Fahrzeugbau bestimme ich dann die theoretischen Zwischenwerte, indem ich den Anfangswert von 1993 immer mit der durchschnittlichen Wachstumsrate multipliziere, bis ich das 10 mal gemacht habe und dann bei dem Wert von 2003 ankommen muss :
Durchschnittliche Wachstumsrate = Zehnte Wurzel aus (X2003 / X1993) = 0,0728 !
Man setzt hier vorraus, dass er in der Zwischenzeit konstant um eine Rate gestiegen ist.
Im zweiten Beispiel (Vollzeitbeschäftigung) = 11.Wurzel... = 0,98386-1 = -0,016135
Allgemein : t-t* te Wurzel (Xt / Xt*) Für durchschnittliche Wachstumsraten !

2.3 Berechnung von "Verdoppelungszeiten"

Man will nun wissen, welche Konsequenzen eine unterschiedliche Wachstumsrate haben kann. Haben 2 Länder also Wachstumsraten von 2% und 7%, so will man wissen, wie sich die Länder nach 40 Jahren entwickelt haben...
Wenn beide Länder am Anfang den Startwert 100 haben :

Bei 7% : 100 * (1+0,07) hoch 40 = 1497,44
Bei 2% : 100 * (1+0.02) hoch 40 = 220,80

Hat sich in Land 1 der Wert fast ver Fünfzehnfacht, so hat es sich im anderen Land verdoppelt.

- Jetzt kann man fragen, wie lange es dauert, bis sich ein Startwert verdoppelt hat ?
Weg :

gesucht : Anzahl der Perioden (z), für die gilt, dass die Endgröße (Xz) gleich 2*X0 (Startwert).
Die Formel wäre dann also : X0 * (1+0,02) * (1+0,02) *... (1+0,02).
Es muss der Faktor also z-mal angewendet werden.

X0 * (1+0,02) hoch z = 2 * X0 /X0
(1+0,02) hoch z = 2
Jetzt muss ich es logarithmieren .
ln(1+0,02) = ln2
z * ln (1+0,02) = ln2

z = ln2 / ln 1,02 = 35,00

Das heisst, es dauert 35 Jahre, bis sich der Startwert verdoppelt hat !

- Mit welcher Rate muss ein Wert also jährlich wachsen, um sich in 10 Jahren zu verdoppeln ?
Das geht einfacher :

gesucht ist g* , für das gilt : X0 * (1+g*) * (1+g*) *...(1+g*) $_{10\ mal}$= 2 * X0 /X0
(1+g*) hoch 10 = 2
g* = 10te Wurzel aus 2 minus 1
=0,07177 = 7,18 %

2.4 Lieares vs. exponentielles Wachstum

In dem Diagramm muss man zum Vergleich 2 Kurven einmalen,
die einmal eine Gerade ist (a) für lineares Wachstum,
die eine exponentiell steigende Kurve ist (b) für exponentielles Wachstum.

Werte für (b) = 100,140,196,274,384,537,763,1054.....

(Seite8) Das selbe nochmal bei sinkenden Werten :
(c) Eine gerade von oben links nach unten rechts (linear)
(d) Wenn die Rate -0,1 ist, kommt man nach der ersten Periode auch auf 90, danach käme man jedoch auf andere Wert, die schneller schrumpfen würden. Dies ist aber falsch! Denn es kann nicht sein, dass negative Werte rauskommen ! Man liegt also immer über Null.
Die Kurve liegt in dem Fall ÜBER der linearen Gerade ! Es schrumpft also langsamer, asymptotisch gegen Null ! ...

2005-05-02 Makro III
wichtig ist unterscheidung linear und exponentielles wachstum.
diskret und stetige raten machen wir wann anders nochmal.

3.) Wachstum und das IS-(LM) Modell

Es geht vor allem um die IS Kurve, die der Gütermarkt ist. (Geldmarkt ist LM Kurve)
Wir behandeln das Keynesianische Gütermarktmodell.
Annahmen :
Y = C + S --- Einkommen = Konsum + Ersparnis (Haushalte Konsumieren und Sparen)
Y = C + I --- Bei Unternehmen, die auch investieren
I = S --- Dies ist ein Planungsgleichgewicht

Beispiel 1 :
Mögliches Gleichgewicht kann sein, dass die tatsächliche Produktion = 100 ist, wovon Konsum = 90 ist und I und S = 10 ist.
Könnte es so in allen Zeiten weitergehen ?
Nein, weil Investitionen ja dazu dienen sollen, die Produktion zu erhöhen. (Ausnahme wäre, wenn alle Investitionen "ersatzinvestitionen" wären, die kaputte Maschinen nur ersetzen.

Notation :
Ys = maximal mögliche Menge
Yd = EInkommen der Haushalte
Kapitalkoeffizient = Wieviel Kapital wird eingesetzt pro Produzierter Einheit ? K / Ys
Kapitalproduktivität = Mit welchem Faktor muss ich einen Kapitalstock multiplizieren, um eine bestimmte Produktion zu erhalten ? (Kehrwert des Kapitalkoeffizienten)
Konsumqoute = 100 % - Ersparnis, ist klar wenn wir nur das betrachten.

Beispiel 2 :
Wenn Kapitalproduktivität = 0,5 ist und K. Koeffizient = 2 ist, ist bei einer Produktion Y von 200, Ys = 0,5 * 200. Also ist die Potentielle Produktion Ys = 100, mit einem Kapitalstock von 200.
Kapitalstock t = Kapitalstock t-1 + Investition t
In dem Beispiel 1 hätte man dann eine potentielle Produktion von 100 ind t , in t+1 105, in dt+2 110, usw., was dadurch kommt, dass der Kapitalstock von 200 auf 210 , 220 .. steigt. Das Wäre dann kein dauerhaftes Gleichgewicht mehr. (Ohne Ersatzinvestitionen)

Allgemein gilt (mit Erstazinvestitionen) :
Kapitalstock t = Kapitalstock t-1 - delta Kapitalstock t-1 + Investition t
= (1 - delta) * Kapitalstock t-1 + Investition t

delta ist = die Abschreibungsrate : Der Teil, den ich in t Abschreibe (Ersatzinvestition)

dKt = Kt - Kt-1 = die Absolute Veränderung des Kapitalstocks.
gx = dXt / X t-1 = Änderungsrate

In unserem Modell machen wir delta immer = 0 . Wir beachten also keine Abschreibungen. Die Ergebnisse sind zwar verschieden, die Qualität ist aber die gleiche.

Konsumquote :
Keynesianische Konsumfunktion : Konsum = autonomer Konsum + Konsumquote * Y
C = Caut + c * Y
Diagramm : X = Y , Y = C : autonomer Konsum bildet den Nullpunkt auf der C-Achse und dann steigt die Grade nach rechts oben mit der Steigung **c = dc / dY = marginale Konsumquote**. Es geht also um die Änderung, wenn ich 1 Einheit mehr produziere, wieviel Konsum ist dann mehr ?

Nicht zu verwechseln mit der durchschnittlichen Konsumquote !
Dies ist der durchschnittliche Konsum pro Produktionseinheit : C / Y = Caut + cY / Y =
= (Caut / Y) + c
Diese ist nicht wichtig, die marginale ist wichtiger !
Sie stimmen jedoch überein, wenn die Kosumfunktion durch den Ursprung gehen würde. Anschaulich bedeutet das, **dass der autonome Konsum = 0 ist**, bei einem Einkommen von 0 wird auch 0 konsumiert.
Das wird in allen Modellen unterstellt !

Folge1: Dann ist nämlich Y = C + S --- C = c * Y --- S = s * Y !

3.2 Das Wachstumsmodell von Domar (1946)

Annahmen:
- Keynesianische Konsum und Sparfunktion ohne autonomen Konsum
  gemäß Folge1: s+c=1
  es wird unterstellt, dass sich s und c in der Zeit nicht ändern, sondern konstant sind !!!

- Gleichgewichtsbedingung ist, dass St = It --- It = s * YDt (ausführlich)

Ersparnis = fester %satz der Produktion.
\+ Yt = (1/s)*It --- für alle Perioden t.
\- Y t-1 = (1/s) * I t-1
= ---> d Yt = (1/s) * d It --- Das ist der Einkommenseffekt der Investition !

(1/s) > 1 , (Das ist der multiplikator) wenn z.B. :

Multiplikatoreffekt : d It = 10 ---> d Yt = 10 ---> d Ct = c*d Yt = c*10,

<u>Ausführlich</u> :
es müssen also Investitionen um d It steigen, dann steigt das Einkommen um 10 (d Yt = d It) , dadurch steigt der Konsum (dY = c*d I) und dadurch wieder das Einkommen, (1. Runde)
Dadurch steigt das Einkommen um mehr als die anfängliche Investition und zwar um
In der 2. Runde ändert sich dY = c*c*d I
In der 3. Runde ändert sich dY = c*c*c*d I
...
Das führt dazu , dass die Gesamtänderung dY dann ergibt :
dY = Summe aus (c hoch i * d I) --- i = 0 bis unendlich
dY = (1 / (1-c)) * d I

(Mathematische Regel ist , wenn 0 < a < 1 ---> Summe aus (a hoch i) = (1 / (1-a)))

Multiplikatoreffekt, Einkommenseffekt der Investition

Domar sagt, es gibt eine konstante Kapitalproduktivität. Ein bestimmter Kapitalstock führt immer dazu, dass wir eine bestimmte Einheit output produzieren können.
(Formel von Folie)
Sigma und Nü sind im Zeitablauf wieder konstant. Aber was sind das überhaupt ?
Diese sind durch die Produktionstechnologie festgelegt !

Es ergibt sich dann der Kapzitätseffekt der Investition: Wie ändert sich die angebotene (potentielle) Produktion ?
Der Kapazitätseffekt ändert sich bei der "höhe" der Investition, der Einkommenseffekt hat sich auf die "änderung" bezogen !

Gleichgewichtsbedingung :

Kapazitätseffekt = Einkommenseffekt der Investition. (YSt = YDt)
Wenn dieses Gleichgewicht für alle t gilt, nennt man es "steady state"- Wachstum.

Daraus folgt, dass
d YSt = d YDt --- sein muss.

weil (1/s)* d I = (1 / Nü)* I
= d I / I (Wachstumsrate der Investition) = d Yt / Yt (Wachstumsrate des Einkommens) = s / Nü

z.B. für Nü = 2 und s = 0,1 (10%) , folgt daraus :
gleichgewichtige Wachstumsrate g = 0,1 / 2 = 0,05 (5%)
Es herrscht also Gleichgewicht, wenn Einkommen und Investition in jeder Periode um 5% wachsen.

Einkommen und Investition (einzige Größen die wir betrachtet haben)

Beispiel im Domar- Modell :

t ---	C = 90 ,	I=S=10 ,	Y = 100 ,	Ys=100 ,	Kapitalstock=200
t+1 ---	94,5	10,5	105	105	210
t+2 ---	?	?	110,25	110,25	220,5

Der Kapitalstock wächst also von 1 auf 2 um mehr als 10, und die Investition ist von 0 auf 1 um 0,5 angestiegen. Sie würde im nächsten Schritt wieder um etwas steigen auf über 10,5 !

Wenn wir die Investition in einem Zeit-Diagramm darstellen würden, würden die Investitonen im Zeitablauf exponentiell zunehmen (bei konstanter rate) .
Nur ein **exponentielles Wachstum der Investition** führt zu einem **dynamischen Gleichgewicht** !!!

Beispiel der Investitionen der BRD die nicht steigen (Folie).
Was würde in dem Fall im Domar Modell passieren, wenn die Inv. stagnieren würden ?
Nächstes mal hier weiter...

Wdh. Domar´s Modell

Domars Modell ist ideal. Es setzt vorraus, dass die Investitionen mit einer festen Rate steigen. Wenn nicht, gibt es in dem Modell ein Chaos.
Wichtig war
1. Das Verhalten der Haushalte. Sie teilen das Einkommen zu konstanten % sätzen in Konsum und Sparen. Dieses Verhältnis bleibt immer konstant.Weil Sparen bei Unternehmen zu Investition führt, jedoch nicht in vollem Umfang, sondern zu dem %satz des Sparens.
2. Technische Seite : Kapitalstock hängt mit einem festen Koeffizienten vom Einkommen ab. Diese Koeffizient wird "Kapitalkoeffizient" (Mü) genannt. (Wieviel Kapital muss pro produzierter Einheit Output eingesetzt werden ?) Diese größe ist durch die Produktionstechnik gegeben.

Wichtiger Zusammenhang :

Wachstumsrate der Produktion = s / Nü. = Wachstumsrate des Einkommens. Wieso ?
Formal : Warum gilt dI / I = dY / Y = gY ---- Also gI = gY
Weil S = I ist, ist also auch die Wachstumsrate g von beiden gleich : gS = gI.
Und S = s * Y , also ein konstanter Prozentsatz des Einkommens.

St = s * Yt
S t-1 = s * Y t-1
----
dSt = s * dYt ------------> dSt = dIt = s * dYt , davon jetzt alle 3 durch S t-1(= s*Yt1=It1)

- > dSt / S t-1 = dIt / I t-1 = s*dYt / s*Yt-1
- > gS = gI = gY

Fazit :
Das ist das steady state Wachstum, was besagt, dass alle Komponenten des Modells mit der selben Wachstumsrate (s / Mü) wachsen !

Aufgrund dessen muss alles im Modell "exponentiell" wachsen.

Wachstumsmodell von Harrod

Wir betrachten aus seinem Modell nur die Basistheorie. Diese ist Keynesianisch geprägt .
Es wird die Sparfunktion von Keynes vorausgesetzt.
Dann sagt Harrod, dass jede Nachfrageänderung sich direkt auf die Produktion des Unternehmens auswirkt. Dies passiert unendlich schnell (es wird nur eine Periode betrachtet) und führt zu dem sog. <u>Akzelerator-Effekt</u> :
dkt = It = Mü * dYt
(Auf der Folie kann man dann die Terme von St und It gleichsetzen und /Mü und /Y rechnen. Dann ergibt sich, dass die Wachstumsrate des Einkommens gY = dY/Y = s / Mü ist.

(Anmerkung : Wachstumsrate war sonst immer dYt / Yt-1. Man kann wenn 1. nur kleine Änderungen vorkommen die fast gleich sind oder 2. eine stetige Zeitbetrachtung angesetzt wird,
jedoch auch dYt / Yt teilen. Also nicht durch t-1.)

<u>Fazit</u> : Weil sich die Modelle in der Aussage ähnlich sind, heissen sie Harrod/Domar-Modell.

<u>Kritik</u> an diesem Modell :

1. <u>fester Kapitalkoeffizient</u>, also konstante Produktivität des Faktors Kapital. Unrealistisch weil die Produktivität in einem Unternehmen gemäß dem technischen Fortschritt steigt und weil die Produktionsfunktion (Y = f(Kapital, Arbeit, technischer Fortschritt, Vorleistungen ...)) die verwendet wird eine limitationale ist ! (siehe Exkurs)

Mit dem Harrod/Domar Modell ist am besten eine Leontief PF vereinbar !

<u>Exkurs Produktionsfunktion</u>:
- Leontief Funktion : Y = min (alpha*Kapital ; beta * Arbeit).
Die Produktion ist also limitiert, entweder durch Faktor Arbeit, oder durch Faktor Kapital. Wenn ich die limitation bei Arbeit habe, dann kann ich soviel Kapital einsetzen wie ich will, ich werde es nicht ändern. Die Produktion hängt dann also immer von dem Faktor ab, der der begrenzende Faktor ist.
- In der Cobb/Douglas Funktion ist dies anders, da sind die Faktoren unabhängig voneinander. Da Kapital und Arbeit in der Regel substituierbar sind, ist diese Funktion realistischer, aber sie wird in dem Modell nicht verwendet. Diese wird im Neoklassischen Modell verwendet !

(Exkurs: Produktionselastizität gibt an, um wieviel sich der Output verändert, wenn sich der Input um etwas verändert. Man bildet also den Quotient aus den relativen Änderungen (Wirkung / Ursache).)

2. <u>Keine Aussage über Faktor Arbeit</u>. Es wird nicht gesagt, wann das Arbeitsangebot etc. steigt.
3. <u>Konstante Sparquote</u> ist unrealistisch, weil sie abhängt von : a.Einkommenshöhe b.Zinsen c.Einkommenerwartung (erwarte ich weniger Einkommen, spare ich mehr)
4. <u>gleichgewichtige Wachstumsrate</u> (gY = s / Mü) wird nicht im Modell erklärt. Die Variablen sind exogen, werden also ausserhalb des Modells ermittelt. Es wird einfach gesagt Mü ist

technisch gegeben. Die Wachstumsrate ist also nicht manipulierbar.

5. Modellgleichgewicht ist instabil.
"*Wachstum auf des Messers schneide*" : Wir haben :
- gleichgewichtige Wachstumsrate $g^* = s / Mü$
- tatsächliche Wachstumsrate g

Wenn im Domar Modell gilt, dass $g = g^*$ ist, dann ist die Wirtschaft in einem steady state Gleichgewichtswachstum.
Was ist, wenn die tatsächliche Rate g nun kleiner als die gleichgewichtige ist ?
Wenn die Nachfrage kleiner als die potentielle Produktion ist, werden die Unternehmer die Investitionen senken, weil der Kapitalstock nicht ausgelastet ist. (Formal : $dI < 0$) Folge ist, dass isch das Einkommen auch verkleinert (Formal : $dY = 1/s * dI$).
Nun sinkt g also noch weiter ! Man stürzt also sofort in eine negativ Spirale nach unten.
"Wirtschaft implodiert"

Was passiert denn jetzt wenn g größer als g* ist ?
Wenn die Nachfrage also größer als die potentielle Produktion ist , haben wir eine Überauslastung der Kapazitäten , woraus folgt, dass die Unternehmen den Kapitalstock erhöhen werden.
(Formal : $dI > 0$) Das heisst wieder, dass $dY > 0$ ist, und dass g noch weiter steigt.
"Wirtschaft explodiert"

Man befindet sich im Gleichgewicht also auf einem schmalen Grad zwischen aufwärts und abwärts- Spirale der Wachstumsrate ! (Ungleichgewicht vergrößert sich - > instabilität des Modells)
Es gibt also keinen Mechanismus, der dazu führt, dass eine Abweichung von g* im Zeitverlauf ausgeglichen wird !

Das Modell hat die Konsequenz, dass arme Länder, reiche Länder "aufholen" können, wenn es eine höhere Wachstumsrate hat. (Diagramm mit Ausgangspunkt und Wachstumskurve)

- Malthus Modell hat sich nicht bewarheitet. Er sagt die Bevölkerung verdoppelt sich alle 40 Jahre, aber die Resourcen wachsen nur linear und können deshalb mit dem Bev. Wachstum nicht mithalten. Dann wird die Bevölkerung durch Kriege um Resourcen oder durch Enthaltsamkeit verringert.
Er hat den technischen Fortschritt (auch in Landwirtschaft) nicht bedacht. Dadurch konnten Erträge mehr als linear gesteigert werden ! 1972 sagte der Club of Rome jedoch trotzdem Rohstoffmangel prognostiziert, wenn man nicht sparsam mit Resourcen umgeht.

- Man hat jedoch jetzt gemerkt, dass die Bevölkerung langsamer wächst als man dachte. Die Zuwachsraten werden aktuell so vorhergesagt, dass bis 2100 das Wachstum verlangsamt.
Man kommt darauf, indem man Geburtenrate - Sterberate rechnet. Diese folgen unterschiedlichen Gesetzen, die von Land zu Land unterschiedlich sind.
Die Entscheidung Kinder zu kriegen, hängt von der ökonomischen Gesamtsituation in einem Land ab. Nun können wir aufgrund ökonomische Fakten beide Raten modellieren und gut erklären.

- Die Länder befinden sich jeweils in einer anderen "Phase" (siehe Folie).
Phase 1: hohe Sterberate, konstant, hohe Geburtenrate, konstant

Phase 2: schnell sinkende Sterberate, hohe Geburtenrate, konstant
Phase 3: langsam sinkende bis konstante Sterberate, schnell sinkende Geburtenrate
Phase 4: geringe Sterberate, konstant, geringe Geburtenrate, konstant

- In einer Bevölkerungspyramiede wird auf Y=Alter und X=Anteil der Männer und Frauen an einem bestimmten Alter in %.
Je mehr Leute in den oberen Alterklassen sind, desto mehr sterben natürlich auch und führen zu einer höheren Sterberate. (vergeich dänemark und chile von Folie).
(Interaktiv : Statistisches Bundesamt Deutschland - Bevölkerungspyramiede)

Jetzt kommen wir zum Harrod/Domar Modell zurück :

Sparquote / Kapitalkoeffizient = steady state Wachstumsrate (?)
Wachstum des Pro Kopf Einkommens hängt vom Wachstum des Gesamteinkommens und der Bevölkerung ab.
gY = g Bevölkerung + g ProKopfEinkommen

Grafik zu 4.3.
X=Pro Kopf Einkommen (Y=Y/POP) ; Y=Wachstumsrate der Bevölkerung (gt POP)
Man beachtet nicht den Zeitablauf, sonder die Entwicklung in Abhängigkeit vom Pro Kopf Einkommen. Bei hohen PKE geht die Wachstumsrate gegen Null, ebenso wie bei einem niedrigen PKE. Die Kurve ist also ungefähr eine Normalverteilte Kurve.
Anfangs dominiert der Rückgang der Sterberate, am Ende dominiert der Rpckgang der Geburtenrate.
(Einteilung in 4 Phasen kann hier auch gemacht werden)
Wachstumsrate der Bevölkerung = Differenz aus Sterberate und Geburtenrate

Die gleichgewichtige steady state Rate (s / Mü) läuft waagerecht konstant durch die Glockenkurve. Sie ist unabhängig vom PKE.

1. Die Wachstumsrate des Gesamteinnkommens = Wachstumsrate der Bevölkerung + Wachstumsrate des PKE.
2. Das heisst, die Wachstumsrate des PKE = Gesamteinkommensrate - Bevölkerungswachstumsrate.

Fragen zum Diagramm :
- Was passiert bei dem Wachstum, wo die waagerechte Kurve die Glockenkurve schneidet ?
Das PKE bleibt konstant. An dieser Stelle ist die Wachstumsrate des PKE = 0. (Gleichgewichtseinkommen Yschlange)
Ab wann landet man nun auf dem rechten oder linken Schnittpunkt ?

- Was passiert , wo die Glocke ihr Maximum hat ?
Hier ist die Wachstumsrate des PKE < 0. Weil die Differenz aus den beiden Wachstumsraten negativ ist. Die Wachstumsrate der Bevölkerung liegt über der Wachstumsrate des Gesamteinkommens, deshalb bleibt für jeden weniger übrig.

- Kann die Wirtschaft mit so einem PKE weiter existieren ?
Da das PKE schrumpft, bewegt man sich dann in dem Diagramm nach links bis zu dem

Gleichgewichtseinkommen von eben.

<u>Einteilung und Zusammenhänge der Grafik</u> :
Man kann das PKE Diagramm in 3 Teile Teilen, jeweils dort wo die Schnittpunkte sind.
In der Mitte ist die Wachstumsrate des PKE kleiner als Null, es sinkt also.
Im linken Bereich liegt die Gesamteinkommenswachstumsrate über der der Bevölkerung, das PKE Wachstum ist also positiv. (Differenz der Linien = Wachstumsrate PKE)
Im rechten Bereich steigt die PKE Rate wieder.
Im rechten Block Wächst das PKE immer weiter , man wandert also immer weiter nach rechts. Hier befindet sich grade die BRD (Schlaraffenland, die Versorgung pro Kopf wird immer besser).
Immer wenn also der rechte Schnittpunkt überschritten wird , wächst das PKE immer weiter. Sobald ich aber leicht links davon liege, geht man sofort nach links weiter.
-> Der linke Schnittpunkt ist also stabil (Trap - Falle auf das man immer zurückfällt), weil man sich immer darauf zu bewegt, das rechte ist instabil (Threshold - Schwelle die wenn man einmal überschreitet, hat man ein konstantes Wachstum des PKE - GesamtEK steigt eh konstant -), weil man sich in beide Richtungen davon weg bewegt.

Wenn die Bevölkerungswachstumsrate konstant wäre, hätt eich einfach 2 Graden, die entweder über oder untereinander liegen. Diese Grafik soll man äusserst gut kennen !!!

- <u>Was bedeutet das nun für die Wirtschaftspolitik ???</u>
Welche Maßnahmen führen zu einem kontinuierlichen Wohlfahrtswachstum ? Wohlfahrt = PKE.
Man möchte also zu irgendeinem Punkt kommen, der hinter dem Schwelleneinkommen liegt ! Dann kann sich der Staat vollkommen raushalten, und das PKE wächst trotzdem.
Wen ich jedoch links von der Schwelle starte, wird die Wirtschaft schrumpfen. Der Staat kann nun aber verhindern, dass dieser Prozess nach links einsetzt. Aber wie ?
Er müsste hier dafür sorgen, dass die Leute alle auswandern und keine mehr reinkommen, damit die Bevölkerung sinkt.
Er könnte die Bevölkerungswachstumsrate nach unten drücken (1-Kind Ehe).
Über die Nachfrage kann er nichts ändern, da es im HarrodDomar Modell zum Chaos führt.
Aber er kann in dem Modell das s (von s / Mü) beeinflussen. Nämlich die Sparquote verändern !

Nächstes mal Kapitel 2 zu wachstumsraten weiter. übernächstes mal kapitel 5 und Übungsfragen
Hausaufgabe : Wie kann der Staat "s" beeinflussen, was passiert dann und was bedeutet "temporäre" Maßnahmen im gegensatz zu dauerhaft ?

diskrete vs. stetige Änderungsraten.

Wenn wir eine Funktion X in abhängigkeit von t haben, kann man 2 Zeitpunkte rausnehmen und hat dann jeweils ein X. Die Änderung Xt+1 - Xt bringt einen dann zur diskreten Wachstumsrate :
(Xt+1 - Xt) / Xt
Problem ist, dass man angeben muss, welchen Zeitraum man meint.
Bei diskreten Raten kann man die Absolute Änderung durch die 1. Ableitung ersetzen. Also durch die Steigung. Ich nehme also die Steigung im Punkt X1. Es ergibt sich dann zu der Funktion eine Tangente in diesem Punkt X1. Die stetige Rate ergibt sich aus :
(Ableitung in t) / Xt
Man ersetzt also einfach die gemessene Änderung durch die Steigung.

Erst die stetige Wachstumsrate zeigt, dass man von exponentiellem Wachstum sprechen kann, wenn etwas mit einer konstanten Rate wächst.
(Es bleibt dann der konstante Wert a als Wachstum aus der Exponentialfunktion auf Folie)

<u>**Kapitel 2.6.**</u>

Wenn man die stetige Änderung berechne, muss ich mir vorstellen, dass sich die absolute Änderung nur ganz gering ändert. Man hat dann also für beide Jahre einen fast identischen Wert.
Dann ist es egal, ob man die Änderung im Nenner auf Xt1 oder auf Xt+1 bezieht !
Die Ergebnisse (Wachstumsraten) weichen dann minimal ab, wenn man geringe Abweichung hat.

Diese Vereinfachung ist in den Dingen in Kapitel 3 wichtig.

Logarithmierte Zeitreihen

Im Alltag sind Veröffentlichungen oft logarithmisch dargestellt.
1. Regel : ln(x)   =>   e hoch a = X
der ln ist also die Zahl, mit der ich exponieren muss, damit X rauskommt.
e hoch 0 ist 1.

2. Regel : e hoch (a*t)
    => ln (e hoch a*t) = a*t * ln(e)
    e hoch 1 = e
    => ln (e hoch a*t) = a * t
    => das ist eine linerare Funktion von t, also ein Gerade mikt der Steigung a (Wachstumsrate)
Bsp : ln (X(t)) = ln (100 * e hoch 0,5t)
=> ln (100) + ln (e hoch 0,5t)
=> 4,6 + 0,5t
=> Gerade

Bei einer steigenden Funktion nicht automatisch sagen, dass es eine Exponentialfunktion ist. Ich kann das aber, wenn ich die logarithmierten Werte zeichne. Wenn dies dann eine Gerade

ergibt, habe ich eine exponentielle Funktion !
Wenn ich im logarithmierten Diagramm eine Gerade habe, heisst das nicht, dass es jedes Jahr konstant wächst, sondern, dass es mit der selben Rate wächst.
(In dem Beispiel auf der Folie mit 0,08 für die Zeit 1500 bis 1750)

2.7. Logarithmen und Wachstumsraten

(Gesamteinkommenswachstumsrate - Bevölkerungswachstumsrate = Pro Kopf Wachstumsrate)

<u>Regel</u> : Die 1 Ableitung von ln(x) ist gleich 1 / x !
d ln (x) = dx / x
dx = Änderung 2er aufeinander folgender Werte
d ln (x) = Änderung 2er aufeinander folgender logarithmen

<u>Also</u> : d ln(x) = ln(Xt) - ln(Xt-1)
=>

Jahr 1	BIP=21390	ln(21390)	(ln BIP1)=9,9707	d ln(BIP1) = -
Jahr 2	BIP=21623	ln(21623)	(ln BIP2)=9,9815	d ln(BIP2) = 0,0108

Diese 0,0108 ist die Differenz der beiden d ln und entspricht der Wachstumsrate (1,08 %)
=> Also ist die Änderung der lns = die Wachstumsraten !!!

Rechenregeln für Logarithmen siehe Folie. Z=X*Y, Z=X/Y etc...

y pro Kopf = Y / Bevölkerung
=> y(t) = Y(t) / POP(t)
=> y(t) = Yt / POPt

=> ln (yt) = ln (Yt) - ln (POPt)
-ln (yt-1) = ln (Yt-1) - ln (POPt-1)

=> ln (yt) - ln(yt-1) = ln (Yt) - ln (Yt-1) - (ln (POPt) - ln (POPt-1)
=> d ln(yt) = d ln (Yt) - d ln(POPt)
=> g Yt = g Yt - g POP t

Ende Kapitel 2

<u>Kontrollfragen</u> sind im Netz sind die Antworten Umfangreich (halbe stunde pro frgae kann sein).
Fragen sind in Klausur gezielter, aber so in der Art formuliert.
Man soll Aussagen beweise oder wiederlegen.
Grafiken in Kapitel 5 verinnerlichen und anhand von Grafiken argumentieren.
Fragen auf Kapitel 6 und 7 werden nur relevant, wenn das einigermaßen ausfühlich besprochen wurde.

<u>Kapitel 3</u>
Wir endeten bei den Kritiken des Harrod/Domar Modells :
- Technik war vorgegeben. feste Beziehung zwischen Kapitaleinsatz und dem was rauskommt.
Produktivitätszuwachs sollte dafür sorgen, dass dies nicht so ist.
- Faktor Arbeit taucht nicht auf. Es gibt keinen Mechanismus mit Wirkung auf den Arbeitsmarkt.
- Bevölkerungswachstum nicht beachtet (ausführlich)
- Gleichgewichtige Wachstumsrate ist extern und wird nicht durch das System erklärt.
(Sparquote ist von aussen gegeben und der Kapitalkoeffizient ebenfalls)
- Modell ist instabil (auf Messersschneide)

Kapitel 5. Das neoklassische Wachstumsmodell (Solow-Modell)

Neu ist jetzt die Produktionsfunktion, in der nicht nur Kapital sondern auch Arbeit berücksichtigt werden kann.
Diese hat folgende Annahmen :

- <u>lineare Homogenität</u> : Doppelter Arbeits- und Kapitaleinsatz führt zu doppeltem Output. 2 gleiche Firmen führt zu doppelt so viel Output wie 1 Firma.
Nicht zu verwechseln mit den abnehmenden Grenzerträgen ! Bei denen geht es darum, wenn ich nur einen Faktor erhöhe. Also den Kapitaleinsatz erhöhen heisst, eine Maschine mehr pro Arbeiter - Das wird unten in dem Diagramm dargestellt.

- Pro Kopf Produktionsfunktion
Y/L = Pro Kopf einkommen , bzw. pro Kopf Output.
k = Kapitaleinsatz pro Arbeiter , also Maschinen pro Arbeiter (Kapitalintensität)

- <u>sinkende Grenzerträge</u>
Diagramm : Produktionsfunktion - X=Kapitalintensität , Y=Pro Kopf Produktion
Frage, was kann ich pro Arbeiter produzieren ?
Wenn ich irgendein k1 einsetze, bekomme ich ein bestimmtes y1 raus.
Wenn ich ein doppeltes k2 einsetze, bekomme ich nicht das doppelte y2, sondern ein geringeres, weil ich nicht Arbeit **und** Kapital verdoppelt habe.
Es gibt also **<u>abnehmende Grenzerträge</u>** !
Die Produktionssteigerung des eingesetzten Kapitals wird immer geringer.
Deshalb sieht das Diagramm so aus, dass die Steigung nach rechts gegen 0 geht, sie wird jedoch nie negativ und dass sie im Ursprung mit unendlicher Steigung anfängt.
Man hat also immer positive, aber abnehmende Grenzerträge !

Neoklassik : Produktionsfunktion wird unterstellt, das war bei dem alten Modell nicht so .
Damals lag es nur am Kapitalkoeffizient, der als fest (von der Technik) gegeben galt.

-lineare homogenität : gleichmäßige Variation aller Inputs
-sinkende Grenzerträge : Immer nur ein Faktor wird variiert, andere bleiben konstant. Wenn ich also nur eine Maschine mehr hinstelle, bekomme ich keinen doppelten Output, sondern weniger.
-pro Kopf-Produktionsfunktion : Beide Inputfaktoren durch den Arbeitseinsatz teilen.
z.B. : K/L wird zu k (wieviel Kapital pro Arbeiter).

Produktionsfunktion Diagramm : X=Kapitaleinsatz bei gegebenem L Arbeitseinsatz; Y=Produktion.
Die Kurve ist dann degressiv steigend mit abnehmendem Grenzertrag des Kapitals.

Eigenschaften dieser Funktion :
-positive Grenzerträge (mehr führt zu mehr Produktion)
-konkave Funktion : Krümmung, häheres K führt zu weniger Zuwachs.
-Inada-Bedingung : Sie geht von Null gegen Unendlich.

5.2. Das Grundmodell

Es herrscht Vollbeschäftigung in dem Modell.
Wichtiger Unterschied : Arbeit und Kapital können substituiert werden, man kann aber auch einen bestimmten Output mit verschiedenen Mischungen von Kapital und Arbeit erreichen. Man kann sich dann also an die Verfügbarkeit von Produktionsfaktoren anpassen.
k = K/L - wenn das Kapital steigt, verändert sich also der Kapitalkoeffizient.

Wachstumsrate des k = Wachstumsrate von K - Wachstumsrate von L.
Also immer Wachstumsrate des Zählers minus Wachstumsrate des Nenners. (letztes mal)

Das Solow-Modell beruht auf 3 Annahmen :

1. Es gibt eine Pro Kopf Produktionsfunktion (y = Y / L)
2. Bevölkerung wächst mit einer konstanten Rate (n) in der Zeit.
3. Sparfunktion lautet auch S = s* Y.

In die Funktion der Wachstumsrate des Kapitalkoeffizeinten eingesetzt :

<u>gk = gK - gL</u>
wobei :
gK = Y/K
gL = Y/L
gk = Wachstumsrate des Kapitalkoeefizienten

(weitere Formeln auf Folie ansehen)

gk = ((Sparquote * Pro Kopf Produktion / L) / (Kapitalkoeffizent / L)) - n
Wenn man die Gleichung kürzt , kommt man auf :

k(t) = s*y(t) - n*k(t)

Das ist interpretiert die Änderung der Kapitalintensität (also der Kapitalausstattung pro Kopf).
Diese Änderung lässt sich in 2 Komponenten aufteilen :

1 : s*y(t) : immer > 0 : Anteil der Pro Kopf Produktion, die der Arbeiter spart. Zuwachs von Ersparnis/Investition.
Definitionsgemäß sparen alle Menschen gleich.
2 : n*k(t) : auch immer > 0 : Kapitalausstattung für die neuen Arbeitsplätze : Die Investition kommt ihnen aber nicht vollständig zugute, denn der Faktor Arbeit wächst mit dem Faktor n. Es kommen also in jeder Periode mehr Leute dazu, die ebenfalls Kapitalausstattung bei der Arbeit brauchen.

Wie ist in diesem Modell das Gleichgewicht charakterisiert ?

Diagramm : X=k(t) ; Y= y(t) Produktion bzw. Ersparnis pro Kopf s*y(t)
1) Die Produktionsfunktion geht wieder degressiv nach oben.
2) Die Sparkurve verläuft genauso wie die PF, ist aber ein wenig geringer.
Ersparnis pro Kopf, hängt also mit der Produktion pro Kopf fest zusammen. Logisch.
3) Dritte Kurve : n*k(t) ist eine steigende Gerade, die durch den Ursprung geht.
Dort wo sich die 3. und 2. Kurve sich schneiden, herrscht eine Kapitalausstattung bei der s*y(t) = n*k(t) ist.
Das bedeutet, dass sich über die Zeit die Kapitalausstattung pro Arbeitsplatz nicht mehr ändert !!
Daraus resultiert, dass sich das Pro Kopf Einkommen y in dem Punkt nicht mehr ändert.
Daraus resultiert, dass man ein "steady-state" Gleichgewicht hat.

- Die Bevölkerung wächst konstant mit der Rate n.
Wenn das Pro Kopf Einkommen wächst, und die Kapitalausstattung pro Arbeitsplatz wächst, dann muss im gesamten das Einkommen mit der Rate n wachsen !!
L(t) , Y(t), S(t) , I(t) , K(t) wachsen mit der gegebenen Rate n.
Der Einzelne hat jedoch immer das gleiche Einkommen in den Perioden.

Frage : Ist das Gleichgewicht stabil ? Wenn die Kapitalintensität kleiner ist, als die Gleichgewichtskapitalintensität, führt das Modell dann zu einem Anwachsen von k bis zu einem Gleichgewichtswert ?

Antwort (Ja, es ist stabil):
Diagramm : X=k(t) "Machinen pro Arbeiter" ; Y=y(t)
1. s*y(t) Ersparniskurve wie eben
2. n*k(t) Gerade wie eben.
Wie komme ich nun von einem k(t) das links vom Schnittpunkt k(t) liegt, nach rechts zum Gleichgewicht ?
man muss die Gleichung k*(t) = s*y(t) - n*k(t) danhingehend verändern, dass die beiden Terme die selbe Größe haben, das Ergebnis also = 0 ist.
Wenn der Punkt weiter links liegt, wird mehr gespart (investiert), als für die Versorgung der neuen Arbeitsplätze nötig ist. Das heisst konkret für den Arbeitsplatz, dass man dann neuere , bessere oder mehr Maschinen hat als sonst. Die Kapitalausstattung pro Platz nimmt also zu. Dadurch wandert das k(t) immer auf das Gleichgewicht zu. Der Sparüberschuss führt zu einem größeren k(t) in dem Term n*k(t) . Wenn n gleich bleibt, muss also k(t) wachsen und den Punkt nach rechts verschieben. (Andersherum nimmt sie dann ab und wandert nach links)
- Im Gegensatz zu Harrod Domars Modell, ist es also stabil !

Frage : Ist das Solow-Grundmodell mit der Realität vereinbar ?
Antwort : Wenn die Wirtschaft im Gleichgewicht ist, dann verändert sich nichts mehr. Insgesamt wächst es zwar noch, aber nicht mehr pro Kopf. Normalerweise steigt das Pro Kopf Einkommen aber im Laufe der Zeit und es ist nicht absehbar, dass es in Richtung eines gleichgewichtes wächst.

Solow Modell bietet als erstes ein stabiles Wachstum. Das heisst, jedes Abweichen vom Gleichgewicht, bewegt man sich wieder darauf zurück.
Problem ist, dass das Pro Kopf einkommen in dem Modell gleich bleibt, weil alle Raten mit "n" wachsen. Es gibt keine Möglichkeit dies zu ändern.
Unterschiede zum Harrod Domar Modell :
1. Produktionsfunktion mit den Annahmen vom letzten mal.
2.3....

Änderung des Kaitalstocks ergibt sch aus :
Änderung des Kapitals pro Arbeitsplatz = Zuwachs der Ersparnis - Kapitalbedarf für neue Arbeitsplätze k(t) = s*y(t) - n*k(t).
Gleichgewicht ist dann, wenn das ganze Ersparte dafür verwendet wird, die neuen Arbeitsplätze auszustatten. (Diagramm mit Kurve (s*y) und Gerade ((n+d)*k) , die sich schneiden)
Gleichgewicht ist da, wo k = 0 ist, also im Schnittpunkt. (Kap5 Seite5)
- Wenn das k kleine rist, ist die Investition höher als der Bedarf der neuen Arbeitsplätze, das heisst die alten profitieren auch davon, und deshalb steigt insgesamt die Kapitalintensität.
- Wenn Sparquote (s) steigt, steigt die Sparkurve, und der Schnittpunkt wird sich auf der Geraden nach rechts oben verschieben und das k wandert nach rechts. Wenn das k steigt, steigt auch die Produktion und das Pro Kopf Einkommen muss folglich wachsen.
Aber im neuen Gleichgewicht wachsen alle Größen weiterhin mit der Rate "n". Unterstellt wird dabei dass s dauerhaft konstant wächst.
Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu Harrod Domar, denn da gab es "s / mü = gY" , wo man langfristig Einkommenswachstum erreichen kann, wenn man die Sparquote erhöht (Wachstumsoptimismus). Dadurch konnte ein Land aufholen, wenn es seine Sparqoute erhöht. Dies ist im Solow Modell nicht so (Wachstumspessimismus), hier kann man am Wachstum nichts ändern.
- Wenn y* steigt :
y = Pro Kopf Einkommen
c schlange = Pro Kopf Konsum : c*y = (1-s) * y : c = Konsumquote
s schlange = Pro Kopf Ersparnis : s*y = n*k
Es kommt darauf an, ob c schlange steigt oder sinkt.
Im Diagramm ist die Differenz von der Y-Kurve und der s*y-Kurve der Pro Kopf Konsum c schlange, den man in jedem Punkt ablesen kann. Das c schlange im neuen Gleichgewicht ist kleiner als im alten. (Wenn sich z.b. 99% Konsum wäre, wäre es für die Produktion optimal, für die Menschen jedoch nicht.)
Wenn man beide Kurven ableitet und einen Punkt bekommt, in dem die Steigung der beiden gleich ist, dann ist in dem Punkt c schlange Maximal ! "golden-rule-Gleichgewicht"
Der Staat sollte also die Sparquote beeinflussen, dass dieser Punkt erreicht wird. Dies kann er tun, indem er die Mehrwertsteuer erhöht bzw. das Sparen attraktiver macht. Oder er führt Zwangsersparnis ein, wie Pflegeversicherung.

Konvergenzgedanke im Solow-Modell

Wer weiter vom Gleichgewicht weg ist, nähert sich diesem schneller als der der nahe dran ist.
Kernaussage : Langfristig müssen die Volkswirtschaften mit einer "ähnlichen" Rate wachsen.
Je größer das Einkommsniveau ist, desto langsamer wächst die Volkswirtschaft (S.12 Kap5)
Weltweit gesehen scheint es in dem 2. Diagramm nicht so zu sein, da das Bevölkerungswachstum in diesen Ländern anders ist. "n" ist also unterschiedlich groß.
Dass ärmere Länder doch nicht so schnell wachsen, lässt sich erklären, weil der Gleichgewichtszustand für USA und BOL <u>nicht</u> gleich ist ! So konvergieren also gegen andere k.
Das "n" ist in den Ländern verschieden.

2005-07-04 Makro III
("d" ist Abschreibungsrate, die wir = 0 gesetzt haben)

Konvergenzhypothese :

Aussage, dass man in verschiedenen Ländern ein ähnliches n haben muss, um in einen "Konvergenzclub" zu kommen. Im Gleichgewicht wird genausoviel Investiton bzw Ersparnis geleistet, wie für die neuen Arbeitspläte notwendig ist.
Hypothese besagt, wenn ich mit den realen "k" bereits in der Nähe des Gleichgewichtigen k bin, dann muss ich nur wenig wachsen um Gleichgewicht herzustellen. Wenn ich weit entfernt binist die diskrepanz zwischen s*y und n*k größer.
Länder mit hohem PKE wachsen also langsamer als welche die ein geringeres PKE haben.
Man hat in den Ländern auch eine unterschiedliche Produktionsfunktion.
Es passt also in das Solow-Modell.

5.3.2 Technischer Fortschritt (A)

Dies ist die einzige Möglichkeit, dass sich auf das PKE gleichmäßig erhöht.
Dadurch wird mit gegebenem Kapital mehr produziert. In die Produktionsfunktion wird der technische Fortschritt als (A) eingefügt. Y kann dann also auch wachsen, wenn K und L gleich bleibt, weil A wächst.
Wenn ich das jedoch mache, kann es im Solow Modell kein Gleichgewicht mehr geben, wenn ich nicht folgende <u>**Annahmen**</u> berücksichtige :
<u>**1.**</u> technischer Fortschritt wirkt sich NUR auf den Faktor Arbeit aus, nicht auf die Kapitalausstattung. Y = Funktion von (K , AL).
Der technische Fortschritt wirkt dann also genauso, wie als wenn n wachsen würde. Ob also A mit 5% wächst, oder n mit 5 % mehr, kann ich nicht auseinanderhalten.
<u>gesamtes Wachstum ist also : n + g</u>

K(t) / (A(t) * L(t)) = k schlange (t) --- k schlange = k pro Kopf.

Wachstumsrate von k schlange = gK - (gA + gL)
gA = g
gL = n
Ich habe jetzt nicht mehr Kapitalausstattung pro Kopf, sondern pro "Effizienzeinheit der Arbeit".
Frage : Was gilt dann für die Wachstumrate von y schlange :
y schlange = y / A
g y schlange = gy - gA : folgt aus Rechenregeln für Wachstumsraten
gA ist konstant.
Es ändert sich im langfristigen Gleichgewicht garnichts. es ist also y schlange im langfristigen Gleichgewicht immer gleich und gy schlange = 0.
0 = gy - g.
Die Wachstumsrate des PKE muss also gleich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts sein.
Es steigt dadurch auch der pro Kopf Konsum, da die Sparquote gleich bleibt. Diese Wohlfahrt kommt jedoch einzig und allein durch den technischen Fortschritt in dem Modell.

Frage : Was sind die wichtigsten Ergebnisse des Solow Modells ?
- Es gibt 2 substituierbare Produktionsfaktoren , was dafür sorgt, dass das Gleichgewicht stabil ist!
Die Substitution ist wichtig, weil sich das Verhältnis von K/L verändern kann. Weil wir ein stabiles Gleichgewicht haben, wurden die K und L so lange substituiert, bis man sich auf dem Gleichgewicht k befindet.
- Konvergenzaussagen bei Ländern mit ähnlichen Verhältnissen.
- Wachstumspessimismus : egal was der Staat macht, solange sich die PF nicht ändert, ändert sich im PKE auf dauer nichts mehr.
- langfristiges Wachstum des PKE gibt es nur bei spezieller Form des technischen Fortschritts.